МРНТИ 27.03.17
УДК 519.1-519.8

В.Б. КУЛИК,[1]
к.т.н., доцент.
Е.А. ПОЛУХИНА,[1]
докторант.
Университет «Туран»[1]

МЕХАНИЗМЫ УПРАВЛЕНИЯ ПРИ УСЛОВИЯХ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ОГРАНИЧЕННЫХ РЕСУРСОВ ПО МНОЖЕСТВУ НЕЗАВИСИМЫХ ПРОЕКТОВ

Аннотация

В статье представлено описание классификации задач распределения ресурсов по независимым проектам, предложены методы и алгоритмы решения оптимизационной задачи с помощью сетевой модели распределения ресурсов в мультипроекте. Дана математическая модель, присущая проекту внедрения систем автоматизации на предприятии, когда автоматизируется несколько функциональных областей деятельности. Решается задача распределения ограниченных ресурсов по мультипроекту, минимизирующему его продолжительность, состоящему из множества независимых проектов. Проект внедрения рассмотрен как мультипроект, состоящий из n проектов. Дано утверждение, что каждый проект представляет собой множество работ, которые можно разбить на три основные группы, представленные в виде последовательной цепочки из трех типов работ: проектирования, разработки, тестирования. Предложена 10-классовая систематизация задач ресурсного планирования. Мультипроект локализации ПО описан в виде сетевого графика комплекса работ и зависимостей скорости выполнения работы от количества ресурсов, ее выполняющих. В каждом классе задач выделены подклассы в зависимости от ограничений на ресурсы различных видов. Предложены алгоритмы решения задач распределения ресурсов по мультипроекту, минимизирующему его продолжительность с помощью методов сетевого программирования. Приведена таблица результатов исследования с указанием, для каких классов и подклассов известны точные алгоритмы решения, для каких известны эвристические алгоритмы и для каких подклассов задач алгоритмы решения предложены авторами – точные или приблизительные.

Ключевые слова: сетевое программирование, теория графов, двудольная сеть, распределение ресурсов, непрерывная зависимость, управление проектами.

В последние годы отмечается устойчивый интерес к компьютерным системам, способным обеспечить эффективное управление предприятием. Современная организация демонстрирует сегодня тесное переплетение информационных технологий и бизнес-процессов основной деятельности. В связи с этим вопросы управления организацией нельзя рассматривать без изучения проблем их автоматизации. Была определена задача исследования возможностей оптимизации ресурсной составляющей проектов внедрения.

В ходе исследования проблемы была получена и опубликована [1, 2] приведенная ниже классификация задач, которые рассматриваются в данной работе. Во-первых, задачи можно классифицировать по видам ресурсов, используемых для выполнения работ, входящих в мультипроект. В качестве первого основания классификации примем вид ресурсов, выполняющих первые, вторые и третьи работы каждого проекта.

По данному признаку можно выделить пять классов задач.

Класс А. Первые, вторые и третьи работы проектов выполняются различными видами ресурсов.

Класс Б. Первые и вторые работы проектов выполняются одним видом ресурсов, а третьи – другим.

Класс В. Первые и третьи работы проектов выполняются одним видом ресурсов, а вторые – другим

Класс Г. Вторые и третьи работы проектов выполняются одним видом ресурсов, а первые – другим.

Класс Д. Все работы проектов выполняются одним видом ресурсов.

В качестве второй характеристики для классификации рассматриваемых задач можно принять вид зависимости скорости выполнения работ от количества ресурсов. Итак, во втором основании классификации выделим два класса задач. В первом классе зависимость скорости работ от количества ресурсов является непрерывной, а во втором – дискретной. Первый класс задач, в котором количество используемых ресурсов принимает вещественные значения из интервала $(0,N_j)$, будем обозначать буквой Н, а второй, в котором U_{ij} принимает целочисленные значения из интервала $(0,N_j)$, будем обозначать буквой Д.

Тогда классы задач распределения ресурсов будем обозначать двумя буквами, первая из которых выделяет задачу по первому основанию классификации, а вторая – по второму.

Так, например, обозначение БД означает класс задач, в которых первые и вторые работы проектов выполняются одним видом ресурсов, третьи – другим, а зависимости скорости работ от количества ресурсов являются дискретными.

Следуя данной концепции, всего получаем 10 классов задач.

Рассмотрим возможные методы решения задач и результаты экспериментов для класса АН.

Задачи этого класса в общем случае относятся к так называемым NP-трудным задачам, не имеющим эффективных точных методов решения [3]. Примем, что зависимость $f_{ij}(u_{ij})$ имеет вид:

$$f_{ij}(u_{ij}) = \begin{cases} u_{ij}, & u_{ij} \le a_{ij} \\ a_{ij}, & u_{ij} \ge a_{ij} \end{cases} \tag{1}$$

Обозначим N_j, $j=1,2,3$ количество ресурсов j-го вида. Покажем, что существует оптимальное решение, в котором все работы выполняются максимальным количеством ресурсов (возможно, с перерывами в работе) за время:

$$\tau_{ij} = \frac{W_{ij}}{a_{ij}} \tag{2}$$

Действительно, пусть на некоторой работе (i, j) $u_{ij} < N_j$ в течение интервала τ. Тогда на какой-либо другой работе (k, j) этого же типа $u_{kj} < N_j$ в течение того же интервала (или на нескольких работах). За время τ будет выполнено $W_{ij} = u_{ij}\tau$ объема работы (i, j) и $W_{kj} = u_{kj}\tau$ объема работы (k, j). Определим другой календарный план. Сначала ресурсы N_j направляются на работу (i, j). Объем работ N_j будет выполнен за время:

$$\tau_i = \frac{u_{ij}\tau}{N_j} < \tau$$

Затем ресурсы направляются на работу (k, j). Объем работы W_{kj} будет выполнен за время:

$$\tau_j = \frac{W_{kj}}{N_j} = \frac{u_{kj}\tau}{N_j} < \tau$$

Работа будет завершена в момент $\tau_1 + \tau_2 = \tau$.

Итак, в новом плане первая работа завершается ранее, а вторая – в то же время. Повторяя эту операцию каждый раз, когда $u_{ij} < N_j$, приходим к плану, в котором для всех работ $u_{ij} = N_j$, если работа выполняется.

В этом случае получаем классическую «Задачу о станках», известную своей сложностью [3].

Рассмотрим несколько подклассов.

1. Ограничены ресурсы первого вида, то есть:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i 1 > N_1 \tag{3}$$

Ресурсов второго и третьего вида достаточно, и соответствующие работы выполняются за минимальное время τ_{i1}.

2. Ограничены ресурсы второго вида, то есть:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i2} > N_2 \tag{4}$$

Работы первого и третьего типа выполняются за минимальное время τ_{i2}.

3. Ограничены ресурсы третьего вида, то есть:

$$\sum_{i=1}^{n} a_{i3} > N_3 \tag{5}$$

Работы первого и второго типа выполняются за минимальное время τ_{i3}.

4. Ограничены ресурсы первого и второго вида, то есть имеют место условия (3) и (4). Работы третьего типа выполняются за минимальное время τ_{i3}.

5. Ограничены ресурсы первого и третьего вида, то есть имеют место условия (3) и (5). Работы второго типа выполняются за минимальное время τ_{i2}.

6. Ограничены ресурсы второго и третьего вида, то есть имеют место условия (4) и (5). Работы первого типа выполняются за минимальное время τ_{i1}.

7. Ограничены ресурсы всех видов, то есть имеют место условия (3), (4) и (5).

Рассмотрим методы решения этих подклассов задач.

Подкласс АН1.

Поскольку ресурсов второго и третьего вида достаточно, то продолжительность работ второго и третьего типа равна соответственно τ_{i2} и τ_{i3}, $i=\overline{1,n}$.

Обозначим:

$$q_i = \tau_{i2} + \tau_{i3} \tag{6}$$

Упорядочим работы по убыванию q_i, то есть $q_1 \geq q_2 \geq \ldots \geq q_n$.

Для решения задачи определим двудольную сеть из $2(n+1)$ вершин, представленную на рисунке 1. Вершины первого слоя сети (не считая вершины – входа) соответствуют i-м проектам, а вершины второго слоя – интервалам времени S. Пусть T – момент завершения мультипроекта. Примем пропускные способности дуг (0, i) равными объему первых работ i-го проекта $c_{0i} = W_{i1}$, а пропускные способности дуг (j, z) равными времени продолжительности работ первого типа на трудовой ресурс:

$$\begin{aligned} c_{1z} &= (T - q_1) N_1 = \Delta_1 N_1 \\ c_{jz} &= (q_{j-1} - q_j) \cdot N_1 = \Delta_j N_1 \end{aligned} \tag{7}$$

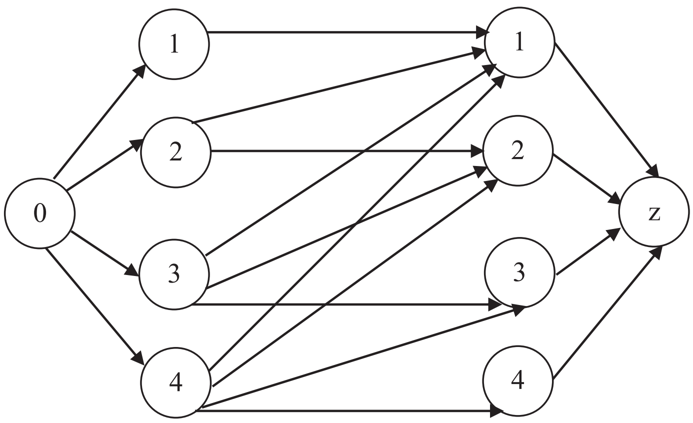

Рисунок 1 – Двудольная сеть для случая n = 4

Пропускные способности дуг (i, j) примем равными $c_{ij} = a_{ij}\Delta_j, \quad i,j = \overline{1,n},\ i \geq j.$

Определим поток максимальной величины в полученной сети.

Теорема 1. Минимальное Т, при котором поток максимальной величины насыщает входные дуги, определяет оптимальное решение задачи [2].

Доказательство. Пусть Т задано. Обозначим x_{is} – объем первой работы i-го проекта, выполняемого в s-м интервале (первый интервал – это интервал $(0, T - q_1)$, второй – это $(T - q_1, T - q_2)$ и т.д.

Для того чтобы все работы были выполнены, необходимо и достаточно выполнение условий:

$$\sum_{s=1}^{i} x_{is} = W_i \ , \ i = \overline{1,n}$$

При ограничениях:

$$\sum_{i=s}^{n} x_{is} \leq c_{sz} \ , \ s = \overline{1,n}$$

$$0 \leq x_{is} \leq c_{is} \ , \ i,s = \overline{1,n}$$

Следовательно, $\{x_{is}\}$ – это поток и поэтому минимальное Т, при котором этот поток насыщает входные дуги, соответствует минимальному времени завершения мультипроекта. Теорема доказана.

Оценку снизу для минимальной продолжительности мультипроекта можно получить из условия:

$$V_1 = \sum_i W_{i1} \leq \sum_s c_{sz} = (T - q_n) N_1$$

Получаем:

$$T \geq \frac{V_1}{N_1} + q_n \tag{8}$$

Эксперимент 2.1. Результаты исследования планируется применять на проектах внедрения ИСУП, когда необходимо автоматизировать несколько функциональных областей деятельности на предприятии. В данном исследовании экспериментальная часть проводилась на примере проектов разработки ПП. При создании первой линейки седьмой версии планировалось подготовить четыре ПП по учету и управлению предприятием, то есть реализовать четыре проекта: 1 – предприятие, 2 – персонал, 3 – госучреждение, 4 – торговля. В таблице 1 приведены данные об объемах проектирования, разработки, тестирования и продолжительности их выполнения.

Таблица 1 – Тестовые данные мультипроекта

i	1	2	3	4	V_i
W_{i1}	12	10	18	20	60
W_{i2}	18	9	20	12	59
W_{i3}	24	15	8	18	65
a_{i1}	4	2	3	5	
a_{i2}	3	3	4	6	
a_{i3}	6	3	4	6	
τ_{i1}	3	5	6	4	
τ_{i2}	6	3	5	2	
τ_{i3}	4	5	2	3	

Имеем $q_1=10$, $q_2=8$, $q_3=7$, $q_4=5$

Пусть $N_1=6$

Из условия (1.8) получаем начальную величину времени завершения мультипроекта:

$$T_1=\frac{60}{6}+5=15$$

На рисунке 2 приведен двудольный граф, где числа в скобках равны пропускным способностям, без скобок – реальному потоку. Задачу нахождения максимального потока в сети вычисляем по алгоритму Форда – Фалкерсона [4]. Величина равна 58. Получаем условие $58<V_1=60$. Следовательно, T_1 необходимо увеличить. Заметим, что увеличение T увеличивает пропускные способности только дуг c_{i1} $(i=\overline{1,n})$ и c_{1z}.

Минимальное увеличение T составляет:

$$\delta=\frac{60-58}{N_1}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

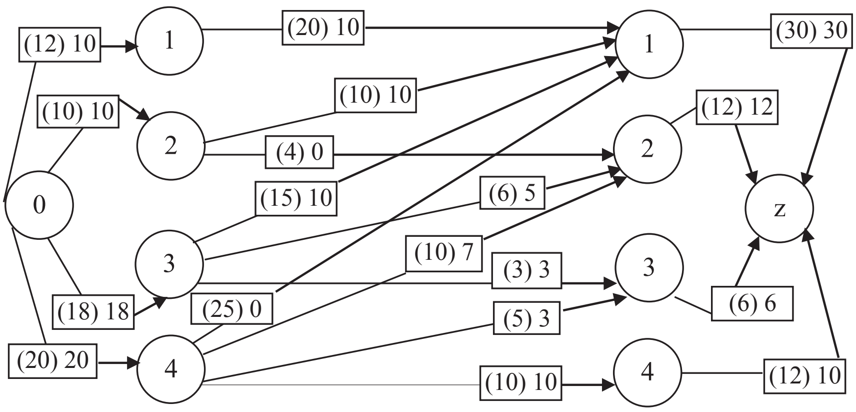

Рисунок 2 – Двудольная сеть эксперимента 2.1 для случая T_1 = 15

Это позволяет увеличить поток по дугам (0, 1), (1, 1) и (1, z) на 2 единицы. Полученный поток насыщает входные дуги. Поэтому получается оптимальное решение с продолжительностью мультипроекта, равной:

$$T_{\min}=\frac{62}{6}+5=15\frac{1}{3}$$

Результаты исследования сведены в таблицу 2, в которой описано, для каких классов и подклассов известны точные алгоритмы решения [5], для каких известны эвристические алгоритмы [6] и для каких подклассов задач локализации алгоритмы решения предложены авторами [7] – точные или приблизительные.

Таблица 2 – Результаты исследования алгоритмов решения задач

Классы и подклассы	Эвристические алгоритмы	Точные алгоритмы	Эвристические алгоритмы авторов	Точные алгоритмы авторов
АН1, АН2, АН3 АН3 (нелинейные зависимости) АН4:–АН7	 +			+ + + +
АД1, АД2, АД3 АД4–АД7	 +			+ + +
БН1 БН1 (частный случай) БН2	 +		+	 +

Продолжение таблицы 2

БД1 БД2 БД2(частный случай)	 +	 + задача Джонсона	+	
ВН1 ВН1 (частный случай) ВН2	+ +	 + задача редактора (Бурков)		
ВД1 ВД1(частный случай) ВД2	+ +	 + задача редактора (Бурков)		
ГН1 ГН2 ГД1, ГД2 ГД3 (частный случай) ДН ДН (частный случай) ДД	 + + + + +	 + задача Джонсона + задача редактора (Бурков)		+ + +

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Кулик В.Б. Возможности реализации технологии внедрения автоматизированных систем управления предприятием // Статистика, учет и аудит. – 2009. – № 3(34). – С. 153–161.

2 Кулик В.Б., Русаковский А.М. Распределение ресурсов по множеству независимых проектов // Управление большими системами–2009: труды международной научно-практической мультиконференции. – Москва: Институт проблем управления РАН, 2009. – Том 2. – С. 42–44.

3 Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 304 с.

4 Математические основы управления проектами: учеб. пособие / под ред. В.Н. Буркова. – М.: Высшая школа, 2005. – 240 с.

5 Бурков В.Н., Буркова И.В. Задачи управления в социальных и экономических системах. – М.: СИНТЕГ, 2005. – 256 с.

6 Кулжабаев Н.М. Исследование операций: учеб. пособие. – Алматы: Республиканский издательский кабинет Казахской академии образования им. И. Алтынсарина, 1999. – 286 с.

7 Кулжабай Н.М., Кулик В.Б. Об особенностях внедрения автоматизированных информационных систем учета и управления предприятием // Вестник Казахской академии транспорта и коммуникаций им. М. Тынышпаева. – 2009. – № 6. – С. 133–138.

Аңдатпа

Мақалада тәуелсіз жобалар бойынша ресурстарды бөлу мәселелерін жіктеу сипатталған, ресурстарды бөлудің желілік моделін қолдана отырып, оңтайландыру мәселесін шешу әдістері мен алгоритмдері ұсынылған. Кәсіпорында автоматтандыру жүйесін енгізу жобасына тән математикалық модель берілген, ол кезде қызметтің бірнеше функционалдық салалары автоматтандырылады. Көптеген тәуелсіз жобалардан тұратын, оның ұзақтығын азайтатын мультижоба бойынша шектеулі ресурстарды бөлу міндеті шешіледі. Енгізу жобасы n жобадан тұратын мультижоба ретінде қаралды. Мақалада тәуелсіз жобалар бойынша ресурстарды бөлу мәселелерін жіктеу сипатталған, ресурстарды бөлудің желілік моделін қолдана отырып, оңтайландыру мәселесін шешу әдістері мен алгоритмдері ұсынылған. Ресурстарды жоспарлау тапсырмаларына 10-сыныптық жүйелеу ұсынылады. БЖ локализациялаудың мультижобалары жұмыстар кешенінің желілік кестесі және жұмыс жылдамдығының оны орындайтын ресурстар санына тәуелділігі түрінде сипатталған. Тапсырмалардың әр класында әр түрлі ресурстардағы шектеулерге байланысты класстар тармағы бөлінеді. Алгоритмдер желіні бағдарламалау әдістерін қолдана отырып, оның ұзақтығын азайтып, бірнеше жобаға ресурстарды бөлу мәселелерін шешуге ұсынылады. Зерттеу нәтижелерінің кестесі келтірілген, олар үшін қандай шешімдер алгоритмдері белгілі класстар мен қосалқы класстар белгілі, олар үшін эвристикалық алгоритмдер белгілі және алгоритмдердің авторлары ұсынған мәселелердің кіші кластары дәл немесе жуықталған.

Тірек сөздер: желілік бағдарламалау, графтар теориясы, қос жарнақты желі, ресурстарды бөлу, үздіксіз тәуелділік, жобаларды басқару.

Abstract

The article describes the classification of resource allocation problems by independent projects, suggests methods and algorithms for solving the optimization problem using a network model of resource allocation in a multiproject. A mathematical model is given that is inherent in the project of introducing automation systems in an enterprise when several functional areas of activity are automated. The problem of distributing limited resources across a multiproject, minimizing its duration, consisting of many independent projects, is being solved. The implementation project is considered as a multiproject consisting of n projects. It is stated that each project is a set of works that can be divided into three main groups, presented as a sequential chain of three types of work: design, development, testing. A 10-class systematization of resource planning tasks is proposed. A software localization multiproject is described in the form of a network diagram of a complex of works and dependences of the speed of work execution on the number of resources that perform it. In each class of tasks, subclasses are distinguished depending on restrictions on resources of various kinds. Algorithms are proposed for solving resource allocation problems over a multiproject minimizing its duration using network programming methods. A table of the results of the study is given, indicating for which classes and subclasses exact solution algorithms are known, for which heuristic algorithms are known and for which subclasses of problems the solution algorithms proposed by the authors are exact or approximate.

Key words: network programming, graph theory, bipartite network, resource allocation, continuous dependence, project management.